

ĐỀ THI CHÍNH THỨC
(Đề thi gồm 01 trang)

Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút
(không kể thời gian phát đề)

Bài 1. (4 điểm)

Cho x, y là các số thực sao cho $\frac{2}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{2x + y}$. Tính giá trị của biểu thức $\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2}$.

Bài 2. (3 điểm)

Cho a, b, c là ba số thực sao cho $a + b = c - 2$ và $ab = 2c^2 - 3c + 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = a^2 + b^2$.

Bài 3. (3 điểm)

An khởi hành từ Sài Gòn đi Biên Hòa. Sau đó 5 phút, Bình và Cường khởi hành từ Biên Hòa về Sài Gòn. Trên đường đi, An gặp Cường ở địa điểm C rồi gặp Bình ở địa điểm D. Tính vận tốc của mỗi người, biết rằng quãng đường Sài Gòn - Biên Hòa dài 39 km; $CD = 6$ km; Vận tốc của An bằng 1,5 vận tốc của Bình và bằng $\frac{3}{4}$ vận tốc của Cường.

Bài 4. (6 điểm)

Cho tam giác ABC cân tại A , nội tiếp đường tròn (O) . Từ B kẻ đường thẳng vuông góc với OC , đường thẳng này cắt AC tại D và cắt (O) tại E (E khác B). Cho biết $AB = 8$ cm và $BC = 4$ cm, tính độ dài các đoạn thẳng DE , OA và OD .

Bài 5. (4 điểm)

Hộp phô mai có dạng hình trụ, đường kính đáy 12,2 cm và chiều cao 2,4 cm.

- Biết rằng 8 miếng phô mai được xếp nằm sát bên trong hộp và độ dày của giấy gói từng miếng không đáng kể. Hỏi thể tích của một miếng phô mai là bao nhiêu?
- Tính diện tích giấy gói được sử dụng cho một miếng phô mai.
(Ghi kết quả gần đúng chính xác đến 1 chữ số thập phân sau dấu phẩy).



HẾT

ĐÁP ÁN

Bài 1. (4 điểm)

Cho x, y là các số thực sao cho $\frac{2}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{2x+y}$. Tính giá trị của biểu thức $\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2}$.

Giải.

$$\begin{aligned}\frac{2}{x} - \frac{1}{y} &= \frac{1}{2x+y} \Rightarrow (2y-x)(2x+y) = xy \Rightarrow x^2 - y^2 = xy \\ \frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} &= \frac{x^4 + y^4}{x^2 y^2} = \frac{(x^2 - y^2)^2 + 2x^2 y^2}{x^2 y^2} = \frac{3x^2 y^2}{x^2 y^2} = 3.\end{aligned}$$

Bài 2. (3 điểm)

Cho a, b, c là ba số thực sao cho $a + b = c - 2$ và $ab = 2c^2 - 3c + 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = a^2 + b^2$.

Giải.

$$\begin{aligned}P = a^2 + b^2 &= (a+b)^2 - 2ab = (c-2)^2 - 2(2c^2 - 3c + 1) = -3c^2 + 2c + 2 \\ &= -3\left(c^2 - \frac{2}{3}c - \frac{2}{3}\right) = -3\left(c - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{7}{3} \leq \frac{7}{3}\end{aligned}$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra khi } c = \frac{1}{3}; a = \frac{-5 + \sqrt{17}}{6}; b = \frac{-5 - \sqrt{17}}{6}$$

$$\text{Hay } c = \frac{1}{3}; a = \frac{-5 - \sqrt{17}}{6}; b = \frac{-5 + \sqrt{17}}{6}$$

Vậy giá trị lớn nhất của P là $\frac{7}{3}$.

Bài 3. (3 điểm)

An khởi hành từ Sài Gòn đi Biên Hòa. Sau đó 5 phút, Bình và Cường khởi hành từ Biên Hòa về Sài Gòn. Trên đường đi, An gặp Cường ở địa điểm C rồi gặp Bình ở địa điểm D. Tính vận tốc của mỗi người, biết rằng quãng đường Sài Gòn - Biên Hòa dài 39 km; CD =

6 km; Vận tốc của An bằng 1,5 vận tốc của Bình và bằng $\frac{3}{4}$ vận tốc của Cường.

Giải.



Gọi x (km/h) là vận tốc của An

$$\Rightarrow \text{vận tốc của Bình là } \frac{2}{3}x \text{ (km/h) và vận tốc của Cường là } \frac{4}{3}x \text{ (km/h)}$$

Sau 5 phút, An đi được $\frac{x}{12}$ (km) đến vị trí B.

Quãng đường từ B đến C: $\frac{39 - \frac{x}{12}}{x + \frac{4}{3}x} \cdot x = \frac{3}{7}(39 - \frac{x}{12})$ km

Quãng đường từ B đến D: $\frac{39 - \frac{x}{12}}{x + \frac{2}{3}x} \cdot x = \frac{3}{5}(39 - \frac{x}{12})$ km

Theo đề bài, ta có phương trình: $\frac{3}{5}(39 - \frac{x}{12}) - \frac{3}{7}(39 - \frac{x}{12}) = 6$

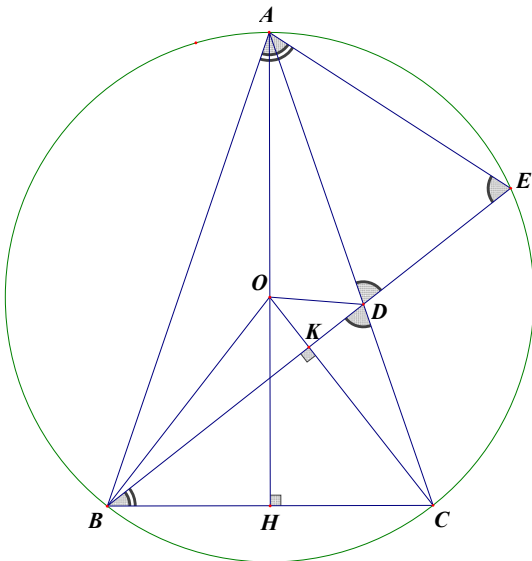
Giải phương trình trên ta được $x = 48$ km/h.

Vậy vận tốc của An là 48 km/h, vận tốc của Bình là 32 km/h và vận tốc của Cường là 64 km/h.

Bài 4. (6 điểm)

Cho tam giác ABC cân tại A , nội tiếp đường tròn (O) . Từ B kẻ đường thẳng vuông góc với OC , đường thẳng này cắt AC tại D và cắt (O) tại E (E khác B). Cho biết $AB = 8$ cm và $BC = 4$ cm, tính độ dài các đoạn thẳng DE , OA và OD .

Giải.



$$BE \perp OC \Rightarrow \widehat{CB} = \widehat{CE} \Rightarrow \widehat{CBE} = \widehat{CAE} = \widehat{BAC}$$

Suy ra các tam giác BDC, ABC, ADE là các tam giác cân đồng dạng với nhau.

$$\Rightarrow CD = \frac{BC}{2} = 2 \text{ và } DE = \frac{AD}{2} = \frac{AC - CD}{2} = 3$$

$$\text{Gọi } H \text{ là trung điểm của } BC \Rightarrow AH \perp BC \Rightarrow AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = 2\sqrt{15}$$

$$\text{Ta có } OH^2 + BH^2 = OB^2 \Rightarrow \left(2\sqrt{15} - R\right)^2 + 2^2 = R^2 \Rightarrow R = \frac{16}{\sqrt{15}}$$

$$\text{Ta có } OB^2 - OD^2 = BK^2 - DK^2 = (BK + DK)(BK - DK) = BD.DE = 12$$

$$\text{Suy ra } OD = \sqrt{R^2 - 12} = \sqrt{\frac{76}{15}}$$

Bài 5. (4 điểm)

Hộp phô mai có dạng hình trụ, đường kính đáy 12,2 cm và chiều cao 2,4 cm.

a) Biết rằng 8 miếng phô mai được xếp nằm sát bên trong hộp và độ dày của giấy gói từng miếng không đáng kể. Hỏi thể tích của một miếng phô mai là bao nhiêu?

Bán kính đáy hình trụ : $R = 6,1 \text{ cm}$.

Thể tích của hộp phô mai: $\pi R^2 h \approx 280,6 \text{ cm}^3$.

Thể tích của một miếng phô mai: $280,6 : 8 = 35,1 \text{ cm}^3$.

b) Em hãy tính diện tích giấy gói được sử dụng cho một miếng phô mai.

Diện tích phần giấy gói các miếng phô mai bằng tổng diện tích toàn phần của hình trụ và 16 hình chữ nhật có kích thước $2,4 \times 6,1$: $2\pi R h + 2\pi R^2 + 16.2,4.6,1 \approx 560,0 \text{ cm}^2$.

Diện tích giấy gói được sử dụng cho một miếng phô mai: $560 : 8 \approx 70,0 \text{ cm}^2$.